

|                                                     |                                                                             |                                             |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| <b>IESG-KARA</b><br><b>ANNEE SCOLAIRE 2024-2025</b> | <b>DEVOIR DE MATHS</b><br><b>CLASSE TD Coef 03</b><br><b>LYCEE PITIKIDA</b> | <b>DATE 018/10/2024</b><br><b>DUREE 03H</b> |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|

### SITUATION COMPLEXE (8 points)

Nous sommes le 01/01/2008, M. KOLA un nouvel employé dans une entreprise se voit proposer un salaire mensuel initial de 150 000  $F$  couvrant l'année 2008 et deux types de contrats au choix, visant à rehausser son salaire au fil des années.

- Le premier contrat mentionne que les employés de l'entreprise auront une année après leurs contrat, au premier janvier une augmentation de 4% du salaire mensuel.
- Le deuxième contrat stipule une augmentation tous les ans de 7000  $F$  sur le salaire mensuel à partir du premier janvier.

M. KOLA voudrait s'engager pour 30 ans mais il hésite quant au choix du contrat.

Pour imprimer son document de contrat, le secrétaire doit respecter sur chaque page des marges de 2  $cm$  à gauche et à droite et de 3  $cm$  en haut et en bas. L'aire totale d'une page étant de 600  $cm^2$ , le secrétaire veut déterminer des dimensions de la page qui permettrait d'avoir une surface imprimable maximale.

**Consigne 1 :** déterminer en utilisant tes connaissances mathématiques le contrat le plus avantageux pour M. KOLA sur cette période.

**Consigne 2 :** en t'appuyant toujours sur tes connaissances mathématiques aide le secrétaire de l'entreprise à déterminer les dimensions de cette page dont la surface imprimable est maximale.

### Grille de notation

| Consignes  | Pertinence | Correction | Cohérence | Perfectionnement |
|------------|------------|------------|-----------|------------------|
| Consigne 1 | 1,25       | 1,25       | 1         | 0,5              |
| Consigne 2 | 1,25       | 1,25       | 1         | 0,5              |

### EXERCICE 2 (6 points)

I/ Choisir la bonne réponse parmi les propositions suivantes.

- Une valeur approchée à  $10^{-1}$  près de l'unique solution dans  $[-1; 0]$  de l'équation  $x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$  est : (0,5 pt)  
 $A = -0,8$                        $B = -0,4$                        $C = -1$                        $D = 0$ .
- On considère la fonction  $f$  définie par  $f(1) = a$  et  $(x) = \frac{x^2-1}{x+\sqrt{x}-2}$  pour  $x \in [0; +\infty[ \setminus \{1\}$ .  
 La fonction  $f$  est prolongeable par continuité en 1 pour  $a$  égale à : (0,5 pt)  
 $A) a = \frac{4}{3}$                        $B) a = \frac{3}{4}$                        $C) a = +\infty$                        $D) = 1$ .
- Si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x)}{x} = 0$  alors la courbe de  $f$  admet une : (0,5 pt)  
 $A)$  asymptote  
 $B)$  direction asymptotique  
 $C)$  branche parabolique de direction celle l'axe des ordonnées.  
 $D)$  branche parabolique de direction celle l'axe des abscisses.
- Soit  $(U_n)$  une suite numérique vérifiant :  $\forall n \in \mathbb{N}, |U_n - 2| \leq 3(\frac{2}{7})^n$   
 On a  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  égale :  $A = 0$                        $B = 3$                        $C = 2$                        $D = +\infty$  (0,5 pt)

II/ Répondre par Vrai si l'affirmation est vraie et Faux si l'affirmation est fausse.

1. Une fonction monotone sur  $[0; 1]$  et monotone sur  $[1; 2]$  est strictement monotone sur  $[0; 2]$ . (0,5 pt)
2. Si  $f$  est une fonction continue sur  $[a; b]$  alors pour tout nombre réel  $k$  compris entre  $(a)$  et  $f(b)$ , l'équation  $f(x) = k$  admet au plus une solution sur  $[a; b]$ . (0,5 pt)

III/ 1. Relier à la bonne réponse.

(0,5×4 pts)

|                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------|
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x^3 + 4x + 1)$                               |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 6x} - x)$                          |
| $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos 2x}{x^2} \right)$               |
| $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x - \sqrt{5x - 6}}{x - 2} \right)$ |

|                  |
|------------------|
| $= -\frac{1}{4}$ |
| $= 3$            |
| $= -\infty$      |
| $= 2$            |

2. Compléter le texte lacunaire suivant par un mots ou groupe de mots convenables. (2 pts)  
 «Toute fonction  $f$  ... (1) ... et strictement... (2) ... sur un intervalle  $[a; b]$  définie une ... (3) ... de l'intervalle  $[a; b]$  vers l'intervalle  $[(b); f(a)]$ . Sa ... (4) ... noté  $f^{-1}$  est strictement ... (5) ... sur ... (6) ... Pour tout réel  $k$  appartenant à l'intervalle ... (7) ... l'équation  $(x) = k$  admet une et une seule solution sur l'intervalle ... (8) ...».

### EXERCICE 3 (6 points)

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$  par  $(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$  et  $C_f$  sa courbe représentative dans le

Repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Unité graphique : 2 cm.

A/ On considère la fonction  $P$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $(x) = x^3 - 3x - 4$ .

1. a) Etudier les variations de  $P$ . (0,75 pt)
- b) Montrer qu'il existe un réel unique  $\alpha$  tel que  $(\alpha) = 0$  et que  $\alpha$  appartient à l'intervalle  $]2; 3[$ . (0,75 pt)
- c) Déterminer une valeur approchée de  $\alpha$  par défaut à  $10^{-1}$  près. (0,25 pt)
2. Déterminer alors le signe de  $(x)$  suivant les valeurs de  $x$ . (0,25 pt)

B/ 1. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. (0,75 pt)

2. a) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, f'(x) = \frac{xP(x)}{(x^2 - 1)^2}$ . (0,5 pt)
- b) Dresser le tableau de variation de  $f$ . (0,75 pt)
3. a) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}, (x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2 - 1}$ . (0,25 pt)
- b) En déduire que  $C_f$  admet une asymptote oblique  $(D)$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ . (0,5 pt)
- Préciser les autres asymptotes. (0,25 pt)
4. Tracer  $C_f$  et ses asymptotes. (1 pt)

BON COURAGE ET BONNE CHANCE.

«Soyez un élément de qualité.»